

중학교 3학년 수학 < 물댄동산 >

9 - 가

1. 제곱근과 실수

- | | | |
|------------------|-------|---|
| 1) 제곱근과 무리수 | ----- | 2 |
| 2) 근호를 포함한 식의 계산 | ----- | 3 |

2. 식의 계산

- | | | |
|------------|-------|---|
| 1) 다항식의 계산 | ----- | 4 |
| 2) 인수분해 | ----- | 5 |

3. 이차방정식

- | | | |
|--------------|-------|---|
| 1) 이차방정식 | ----- | 6 |
| 2) 이차방정식의 활용 | ----- | 7 |

4. 이차함수

- | | | |
|----------------|-------|---|
| 1) 이차함수와 그 그래프 | ----- | 8 |
|----------------|-------|---|

9 - 나

1. 통계

- | | | |
|--------|-------|----|
| 1) 상관도 | ----- | 10 |
|--------|-------|----|

2. 피타고라스의 정리

- | | | |
|------------------|-------|----|
| 1) 피타고라스의 정리 | ----- | 11 |
| 2) 피타고라스의 정리의 활용 | ----- | 11 |

3. 원의 성질

- | | | |
|----------|-------|----|
| 1) 원과 직선 | ----- | 13 |
| 2) 원주각 | ----- | 13 |
| 3) 원과 비례 | ----- | 14 |

4. 삼각비

- | | | |
|------------|-------|----|
| 1) 삼각비 | ----- | 15 |
| 2) 삼각비의 활용 | ----- | 16 |

나-1 통계

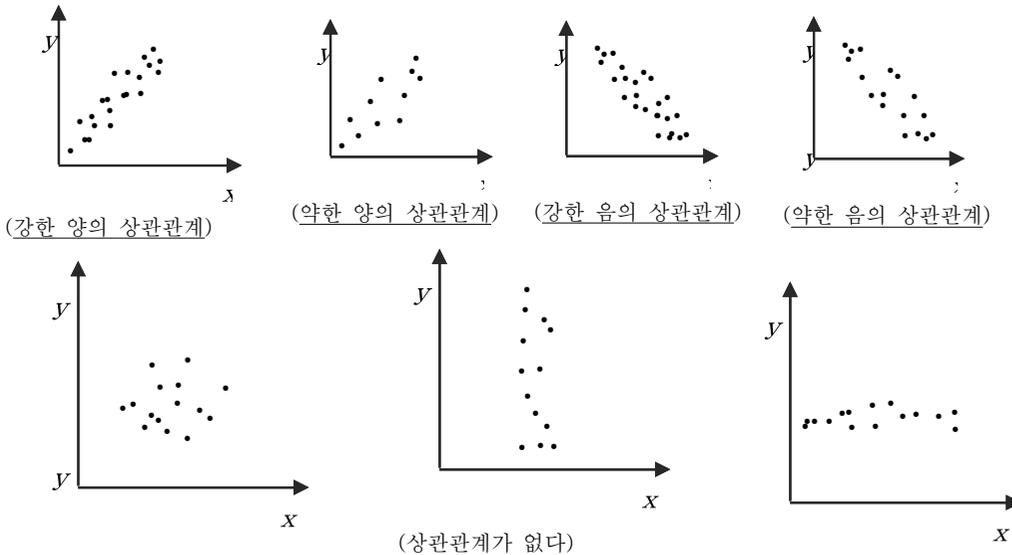
1-1 상관도

[1] 상관도

두 변량 x, y 사이의 관계를 알아보기 위하여 이들을 순서쌍으로 하는 점 (x, y) 를 좌표평면 위에 나타낸 그래프

[2] 상관관계

- (1) 양의 상관관계 : 두 변량 x, y 에서 x 가 증가함에 따라 y 도 증가하는 관계 (기울기 +)
- (2) 음의 상관관계 : 두 변량 x, y 에서 x 가 증가함에 따라 y 는 감소하는 관계 (기울기 -)
- (3) 분포의 폭이 좁을수록 강한 상관관계
- (4) 상관관계가 없다. : 양의 상관관계도 아니고 음의 상관관계도 아닐 때

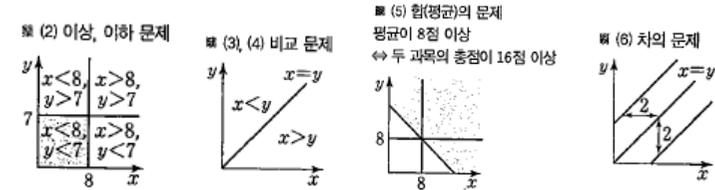


[3] 상관표

두 자료의 변량에 대한 도수분포를 함께 나타낸 표

수학(점) \ 과학(점)	5	6	7	8	9	10	합 계
10					3	2	5
9			3	3	4		10
8		1	5	7	2		15
7	1	2	2	4			9
6	1						1
합 계	2	3	10	14	9	2	40

★ 두 과목의 성적의 평균이 80이상 => 두 과목의 성적의 합이 160 이상이다.



★ 두과목(수학, 과학)의 점수와 같은 학생의 수 ? 개요도

★ 수학점수가 과학 점수보다 좋은 학생의 수 ? 개요도

★ 두 과목의 차가 2점 이상의 학생 수 ? 개요도

★ 두과목의 성적의 평균이 8점 이상인 학생의 수? 개요도

★ 적어도 한과목이 8점 이상인 학생의 수 ? / 개요도 => 합집합

★ 두 과목 모두 8점 이상인 학생의 수 ? / 개요도 => 교집합

나-2 피타고라스의 정리

2-1 피타고라스의 정리

[1] 피타고라스의 정리 (1)

직각삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a , b 라

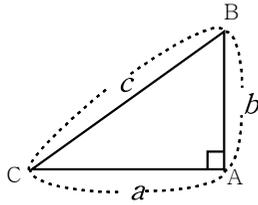
하고, 빗변의 길이를 c 라고 하면 $a^2 + b^2 = c^2$

빗변의 제곱은 다른변의 각각 제곱의 합과 같다.

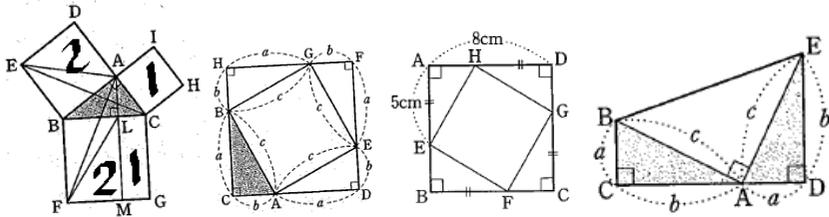
피타고라스의 수 : 3, 4, 5 / 5, 12, 13

6, 8, 10 / 7, 24, 25

8, 15, 17 / 9, 12, 15

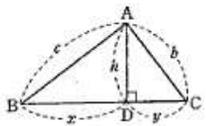


- 증명 방법



[2] 닮음의 성질을 이용한 피타고라스의 정리(2)

(1) 삼각형 ABC에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 일 때

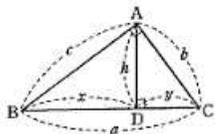


$$\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2 = \overline{BD}^2 - \overline{CD}^2$$

$$c^2 - b^2 = x^2 - y^2$$

$$c^2 + y^2 = b^2 + x^2$$

(2) 직각삼각형 ABC에서 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 일 때



$$\textcircled{1} a^2 = b^2 + c^2$$

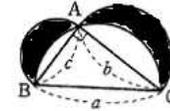
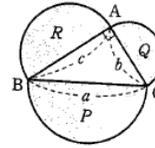
$$\textcircled{2} b^2 = ay$$

$$\textcircled{3} c^2 = ax$$

$$\textcircled{4} h^2 = xy$$

$$\textcircled{5} bc = ah$$

[3] 피타고라스의 정리(3)



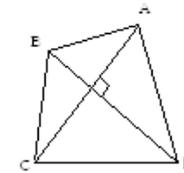
$$P = Q + R$$

$$\text{어두운 부분} = \triangle ABC = \frac{1}{2}bc$$

[4] 대각선이 직교하는 사각형의 성질

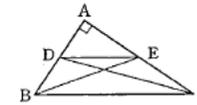
□ABCD의 두 대각선이 직교할 때,

$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{DA}^2$$



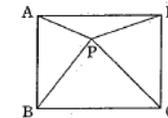
$\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 점 D, E가 각각 변 AB, AC 위에 있을 때, 다음 성질이 성립한다.

$$\overline{BE}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$$



직사각형 ABCD의 내부의 임의의 점 P에 대하여 다음 성질이 성립한다.

$$\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$$



[5] 삼각형의 변의 길이와 각의 크기 사이의 관계 (피타고라스 정리의 역)

$\triangle ABC$ 에서 꼭지점 A, B, C의 대변의 길이를 각각 a, b, c라고 할 때

$$(1) \angle C < 90^\circ \text{ (예각)} \Leftrightarrow c^2 < a^2 + b^2$$

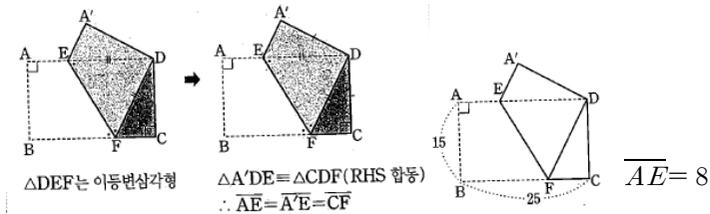
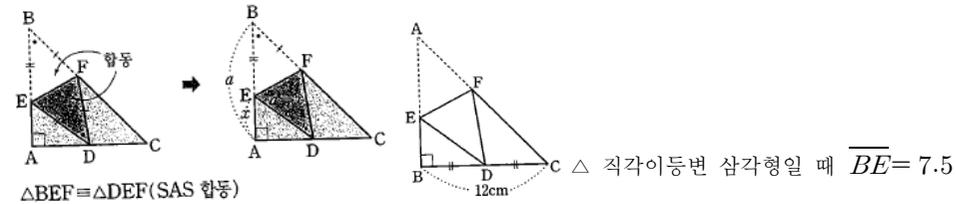
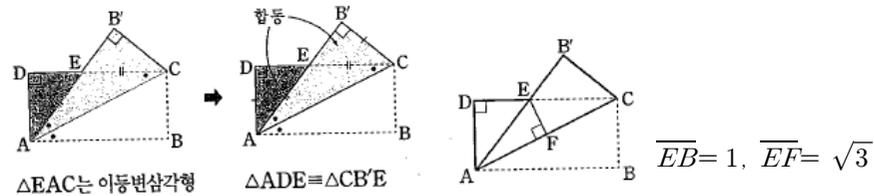
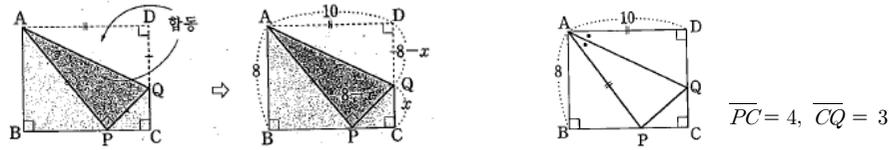
$$(2) \angle C = 90^\circ \text{ (직각)} \Leftrightarrow c^2 = a^2 + b^2$$

$$(3) \angle C > 90^\circ \text{ (둔각)} \Leftrightarrow c^2 > a^2 + b^2$$

* 삼각형에서 변의 조건 : (두변의 차) < 한 변의 길이 < (두변의 합)

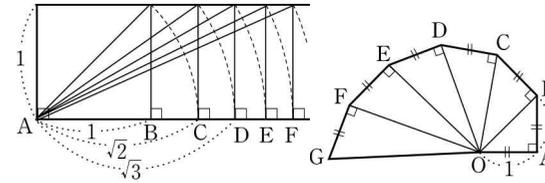
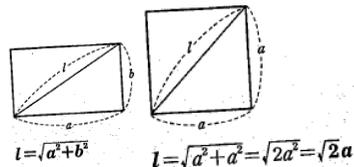
2-2. 피타고라스의 정리의 활용

[1] 접기



[2] 사각형의 대각선의 길이

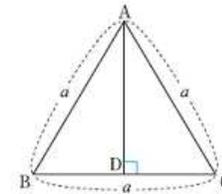
- (1) 직사각형의 대각선의 길이 :
가로, 세로의 길이가 각각 a, b 인 직사각형의 대각선의 길이를 l 이라고 하면 $\Rightarrow l = \sqrt{a^2 + b^2}$
- (2) 정사각형의 대각선의 길이 :
한 변의 길이가 a 인 정사각형의 대각선의 길이를 l 이라고 하면 $\Rightarrow l = \sqrt{2}a$



[2] 정삼각형의 높이와 넓이

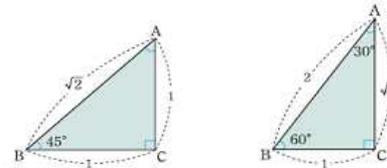
한 변의 길이가 a 인 정삼각형의 높이를 h , 넓이를 S 라 하면 :

$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a, S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$



[3] 특수한 삼각형의 세 변의 길이의 비

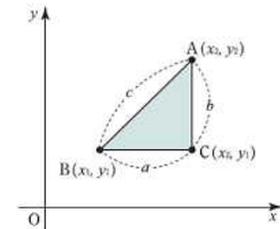
- (1) 직각이등변삼각형의 세 변의 길이의 비 = $1 : 1 : \sqrt{2}$
- (2) 세 각의 크기가 $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 인 직각삼각형의 세 변의 길이의 비 = $1 : \sqrt{3} : 2$



[4] 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리

좌표평면 위의 두 점 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ 사이의 거리 :

$\overline{PQ} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$



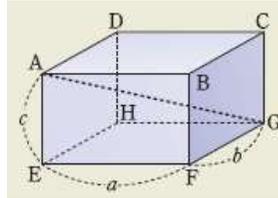
[5] 입체도형의 대각선의 길이

(1) 직육면체의 대각선의 길이 : 가로, 세로, 높이가 각각 a, b, c 인 직육면체의 대각선의 길이를 l 이라고 하면

$$\Rightarrow l = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

(2) 정육면체의 대각선의 길이 : 한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이를 l 이라고 하면

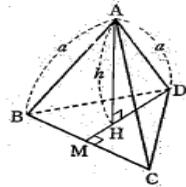
$$\Rightarrow l = \sqrt{3}a$$



[6] 정사면체의 높이와 부피

한 모서리의 길이가 a 인 정사면체의 높이를 h , 부피를 V , 겉넓이를 S 라고 하면

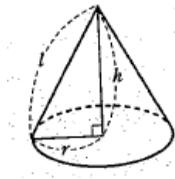
$$: h = \frac{\sqrt{6}}{3} a, \quad V = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3, \quad S = \sqrt{3} a^2$$



[7] 원뿔의 높이와 부피

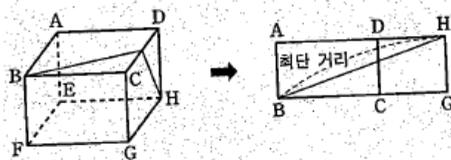
원뿔에서 밑면의 반지름의 길이를 r , 모선의 길이를 a , 높이를 h , 부피를 V 라고

$$\text{하면 : } h = \sqrt{a^2 - r^2}, \quad V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$



[8] 입체도형에서의 최단거리

전개도를 그려서 생각한다.

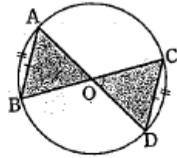


나-3 원의 성질

3-1 원과 직선

[1] 부채꼴의 중심각과 호·현

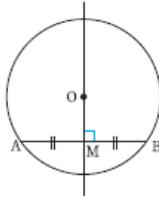
- (1) 한 원 또는 합동인 두 원에서 부채꼴의 중심각의 크기가 같으면, 호와 현의 길이도 같다.
 - (2) 부채꼴의 중심각의 크기와 호의 길이, 넓이는 비례한다. 그러나 현의 길이는 비례하지 않는다.
- $\angle AOB = \angle COD$ 이면 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$



[2] 원의 중심과 현

- (1) 원의 중심에서 현에 내린 수선은 이 현을 수직이등분한다.
- (2) 현의 수직이등분선은 원의 중심을 지난다.

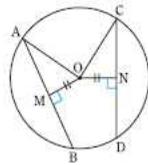
$\overline{OM} \perp \overline{AB}$ 이면 $\overline{AM} = \overline{BM}$



[3] 현의 길이

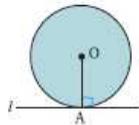
- 한 원 또는 합동인 두 원에서
- (1) 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같다.
- (2) 길이가 같은 두 현은 원의 중심에서 같은 거리에 있다.

$\overline{OM} = \overline{ON}$ 이면 $\overline{AB} = \overline{CD}$



[4] 원의 접선과 반지름

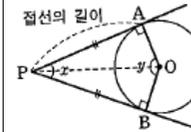
원의 접선은 접점에서 원의 반지름과 서로 수직이다.



[5] 원의 접선의 길이

원의 외부에 있는 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

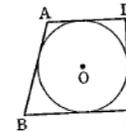
$\overline{PA} = \overline{PB}$, $\triangle PAO = \triangle PBO$,
 $\angle x + \angle y = 180$



[6] 원의 외접사각형의 성질

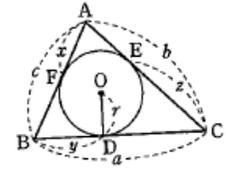
원의 외접사각형의 대변의 길이의 합은 서로 같다.

$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$



[7] 삼각형의 내접원의 여러 가지 성질

- ① $c = x + y$, $a = y + z$, $b = x + z$
- ② $x = \frac{1}{2}(b + c - a)$
- ③ $y = \frac{1}{2}(a + c - b)$
- ④ $z = \frac{1}{2}(a + b - c)$
- ⑤ $\triangle ABC = \frac{1}{2}(a + b + c)r$, 단 r = 내접원의 반지름

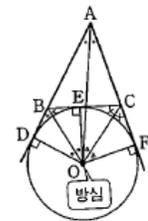


[8] 방심

- ① 방심 : 삼각형의 한 내각과 다른 두 외각의 이등분선의 교점
- ② 방접원 : 방심을 중심으로 삼각형의 한변과 다른 두 변의 연장선과 접하는 원
- ③ 한 삼각형의 방심은 3개이다.
- ④ 방심에서 삼각형의 한 변과 두 변의 연장선에 이르는 거리는 같다.
- ⑤ 성질

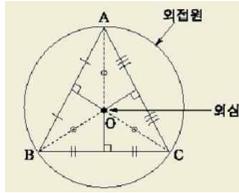
$\overline{AD} = \overline{AF} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA})$

$\angle BOC = 90 - \frac{1}{2}\angle A$



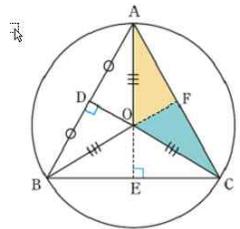
[1] 삼각형의 외심

- (1) 외접원 : 삼각형의 세 꼭지점을 지나는 원
- (2) 외심
 - 정의 : 삼각형의 외접원의 중심
 - 작도 방법 : 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점
- (3) 성질 : 삼각형의 외심에서 세 꼭지점에 이르는 거리는 같다.



$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

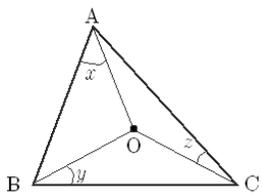
외심의 위치



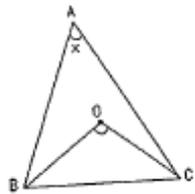
$\triangle AFO = \triangle CFO$ (SSS 합동)

- ❖ ① 예각삼각형의 외심의 위치 : 삼각형의 내부
- ② 직각삼각형의 외심의 위치 : 빗변의 중점
- ③ 둔각삼각형의 외심의 위치 : 삼각형의 외부

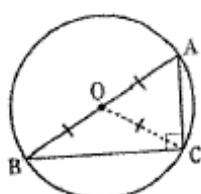
구분	종류	예각삼각형	직각삼각형	둔각삼각형
외심과 외접원				
외심의 위치		삼각형의 내부	빗변의 중점	삼각형의 외부



$$\angle x + \angle y + \angle z = 90^\circ$$



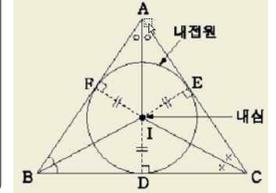
$$\angle BOC = 2\angle BAC$$



$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

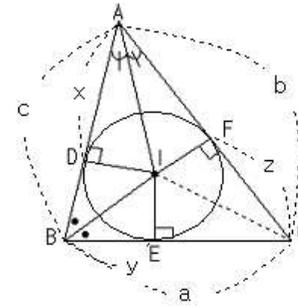
[2] 삼각형의 내심

- (1) 내접원 : 삼각형의 세 변에 접하는 원
- (2) 내심
 - 정의 : 삼각형의 내접원의 중심
 - 작도 방법 : 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점
- (3) 성질 : 삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.



$$\overline{ID} = \overline{IE} = \overline{IF}$$

- * 정삼각형 : 내심과 외심이 일치한다.
- * 이등변삼각형 : 외심과 내심이 꼭지각은 이등분선 위에 있다.

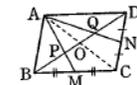
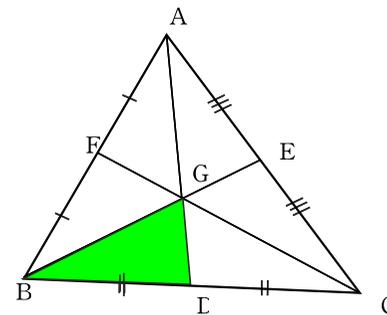


- 1) $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$
- 2) $x + y = c, y + z = a, z + x = b$
- 3) $x = \frac{1}{2}(b + c - a), y = \frac{1}{2}(a + c - b), z = \frac{1}{2}(a + b - c)$
- 4) $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름 길이를 r 라 할 때

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}r (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA})$$

[3] 삼각형의 무게중심

- (1) 삼각형의 무게중심 : 삼각형의 세 중선의 교점
- (2) 삼각형의 무게중심의 성질
 - ① 세 중선의 길이를 각 꼭지점으로 부터 2 : 1로 나눈다.
 - ② 세 중선으로 나누어지는 6개의 삼각형의 넓이는 서로 같다.



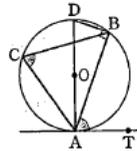
- ① 점 P는 $\triangle ABC$ 의 무게중심
- ② 점 Q는 $\triangle ACD$ 의 무게중심
- ③ $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QD}$
- ④ $\overline{PO} = \overline{QO} = \frac{1}{6} \overline{BD}$
- ⑤ $\overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BD}$
- ⑥ $\overline{PQ} : \overline{MN} = 2 : 3$

3-2. 원주각

[1] 중심각과 원주각

(1) 원주각

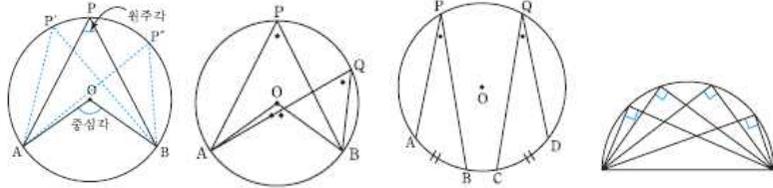
: 원 O 에서 \widehat{AB} 위에 있지 않은 점 P 에 대하여 $\angle APB$ 를 \widehat{AB} 에 대한 원주각이라고 한다.



(2) 한 호에 대한 원주각의 크기는 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$

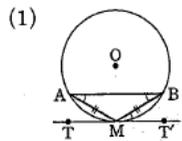
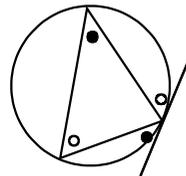
(3) 한 원에서 같은 길이의 호에 대한 원주각의 크기는 같다.

(4) 반원에 대한 원주각의 크기는 90°

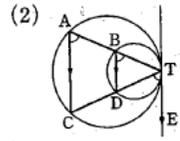


[2] 현과 접선이 이루는 각

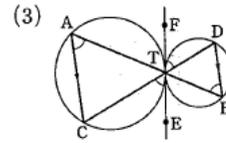
원의 현과 그 한 끝점에서의 접선이 이루는 각의 크기는 이 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.



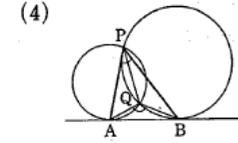
$\overline{AB} \parallel \overline{TT'}$ 이면
 $\triangle AMB$ 는 이등변삼각형
 $(\because \angle ABM = \angle BMT' = \angle MAB)$



$\overline{AC} \parallel \overline{BD}$
 $(\because \angle CTE = \angle DBT = \angle CAT)$



$\overline{AC} \parallel \overline{BD}$
 $(\because \angle CTE = \angle DTF \text{ (맞꼭지각)})$
 $\angle CTE = \angle CAT$
 $\angle DTF = \angle DBT$
 $\therefore \angle CAT = \angle DBT$



$\angle APB + \angle AQB = 180^\circ$
 $(\because \angle QAB = \angle APQ,$
 $\angle QBA = \angle BPQ)$

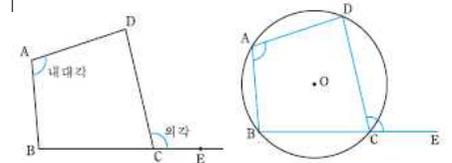
[3] 원의 내접사각형

(1) 원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°

$\angle A + \angle B = 180, \angle C + \angle D = 180$

(2) 원에 내접하는 사각형에서 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다. $\angle A = \angle DCE$

* (외각의) 내대각 : 사각형에서 한 외각에 이웃한 내각의 대각



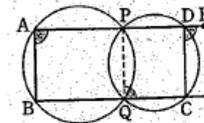
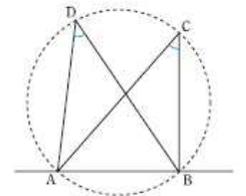
[4] 네 점이 한 원 위에 있을 조건

(1) 동일 호에 대한 원주각이 같다 ($\angle C = \angle D$)

\overline{AB} 에 대하여 같은 쪽에 있는 두 점 P, Q 사이에 $\angle ACB = \angle ADB$ 이면 네 점 A, B, P, Q 는 한 원 위에 있다.

(2) 한 쌍의 대각의 합이 180° 인 사각형은 원 위에 있다.

(3) 한 외각의 크기와 그 내대각의 크기가 같은 사각형은 원 위에 있다.



3-3. 원과 비례

[1] 원에서의 비례 관계

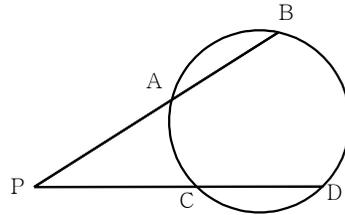
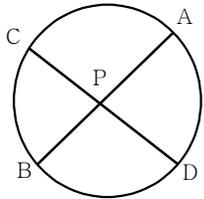
(1) 원의 두 현 AB, CD가 원의 내부의 점 P에서 만날 때, (2) 원의 두 현 AB, CD의 연장선이 P에서 만날 때,

한 점 P에서 만날 때,

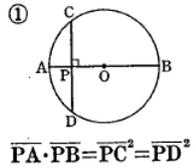
$$PA \cdot PB = PC \cdot PD$$

P에서 만날 때,

$$PA \cdot PB = PC \cdot PD$$

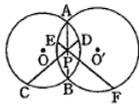


(1) 지름과 다른 현의 교점과 비례



$$PA \cdot PB = PC^2 = PD^2$$

(2) 두 원에서의 비례 관계



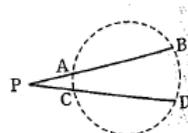
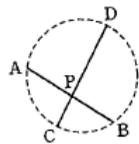
$$PC \cdot PD = PE \cdot PF$$

[2] 네 점이 한 원 위에 있을 조건

두 선분 AB, CD가 점 P에서 만나거나 또는 그 연장선이 점 P에서 만날 때,

$$PA \cdot PB = PC \cdot PD \text{ 이면}$$

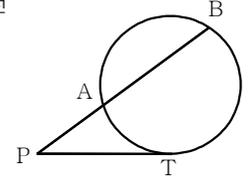
네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.



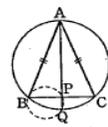
[3] 접선과 할선의 길이의 비

원의 외부에 있는 점 P에서 원에 접선 PT와 할선 PAB를

$$\text{그리면 : } PT^2 = PA \cdot PB$$

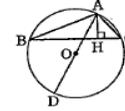


(1) 이등변삼각형



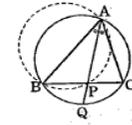
$$AB^2 = AC^2 = AP \cdot AQ$$

(2) 외접원과 지름의 길이



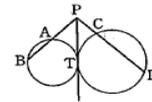
$$AB \cdot AC = AD \cdot AH$$

(3) 각의 이등분선



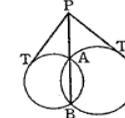
$$AB \cdot AC = AP \cdot AQ$$

(4) 두 원이 한 점 T에서 접할 때



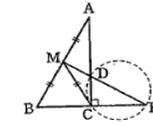
$$PA \cdot PB = PC \cdot PD$$

(5) 두 원이 두 점 A, B에서 만날 때



$$PT = PT'$$

(6) 직각삼각형



$$MC^2 = MA^2 = MB^2 = MD \cdot ME$$

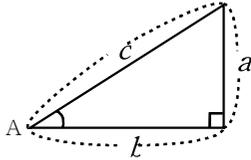
나-4 삼각비

4-1 삼각비

[1] 삼각비의 뜻

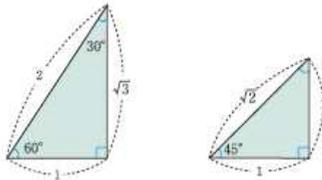
다음과 같은 직각삼각형에서

- (1) $\sin A = \frac{a}{c}$
- (2) $\cos A = \frac{b}{c}$
- (3) $\tan A = \frac{a}{b}$



[2] 30°, 45°, 60°의 삼각비의 값

삼각비 \ A	30°	45°	60°
sin A	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan A	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$



[3] 임의의 예각의 삼각비의 값

(1) 임의의 예각의 삼각비의 값

: 오른쪽 그림과 같이 좌표축을 그리고

원점 O를 중심으로 반지름의 길이가

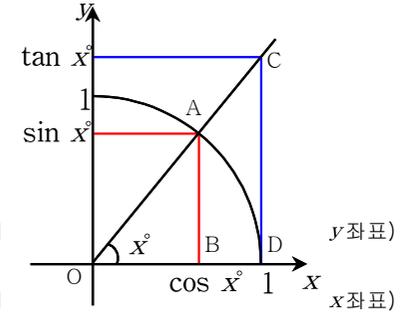
1인 사분원을 그리면 임의의 예각 x° 의

삼각비의 값을 다음과 같이 구할 수 있다.

① $\triangle OAB$ 에서

$$\sin x^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB} \quad (\text{점 } A \text{의 } y\text{좌표})$$

$$\cos x^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB} \quad (\text{점 } A \text{의 } x\text{좌표})$$



② $\triangle OCD$ 에서 $\tan x^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$ (점 C의 y좌표)

(2) 0°, 90°의 삼각비의 값

① $\sin 0^\circ = 0, \cos 0^\circ = 1, \tan 0^\circ = 0$

② $\sin 90^\circ = 1, \cos 90^\circ = 0, \tan 90^\circ$ 의 값은 정할 수 없다.

[4] 삼각비의 표를 이용한 삼각비의 값 구하기

1°부터 90°까지의 각을 1° 간격으로 나누어서 이들의 삼각비의 값을 반올림하여 소수 넷째 자리까지 나타낸 것을 삼각비의 표라고 한다. 이 삼각비의 표를 이용하면 여러 가지 각의 삼각비의 값을 구할 수 있다.

각도	사 인	코사인	탄젠트
1°	0.0175	0.9998	0.0175
⋮	⋮	⋮	⋮
41°	0.6561	0.7547	0.8693
42°	0.6691	0.7431	0.9004
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657
⋮	⋮	⋮	⋮
90°	1.0000	0.0000	

예 $\sin 44^\circ = 0.6947, \cos 42^\circ = 0.7431, \tan 43^\circ = 0.9325$

4-2. 삼각비의 활용

[1] 직각삼각형의 변의 길이

직각삼각형에서 한 변의 길이와 한 예각의 크기를 알면 삼각비를 이용하여 나머지 두 변의 길이를 구할 수 있다.

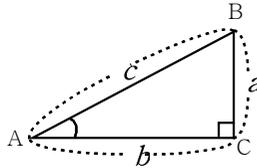
(1) $\angle A$ 와 빗변의 길이 c 를 알 때

$$: a = c \sin A, b = c \cos A$$

(2) $\angle A$ 와 이웃변의 길이 b 를 알 때

$$: a = b \tan A, c = \frac{b}{\cos A}$$

(3) $\angle A$ 와 대변의 길이 a 를 알 때 : $b = \frac{a}{\tan A}, c = \frac{a}{\sin A}$

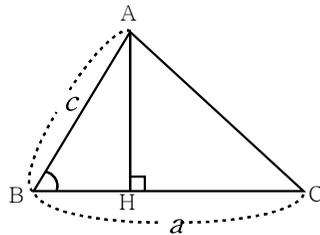


[2] 삼각형의 변의 길이

(1) 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 알 때 나머지 한 변의 길이를 구할 수 있다.

: $\triangle ABC$ 에서

$$\begin{aligned} \overline{AC} &= \sqrt{AH^2 + CH^2} \\ &= \sqrt{AH^2 + (\overline{BC} - \overline{BH})^2} \\ &= \sqrt{(c \sin B)^2 + (a - c \cos B)^2} \end{aligned}$$



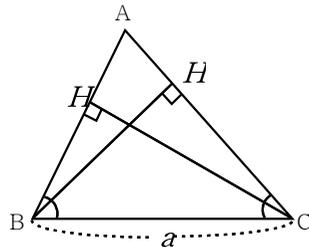
(2) 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기를 알 때, 나머지 두 변의 길이를 구할 수 있다.

① $\triangle BCH$ 에서 $\overline{BH} = a \sin C = \overline{AB} \sin A$

$$\therefore \overline{AB} = \frac{a \sin C}{\sin A}$$

② $\triangle BCH'$ 에서 $\overline{CH'} = a \sin B = \overline{AC} \sin A$

$$\therefore \overline{AC} = \frac{a \sin B}{\sin A}$$

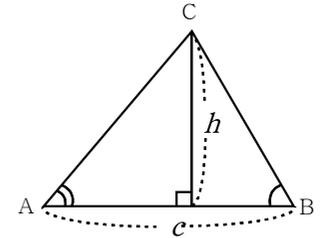


[3] 예각삼각형의 높이

예각삼각형에서 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기를 알 때 삼각비를 이용하여 삼각형의 높이를 구할 수 있다.

: $\triangle ABC$ 에서 높이

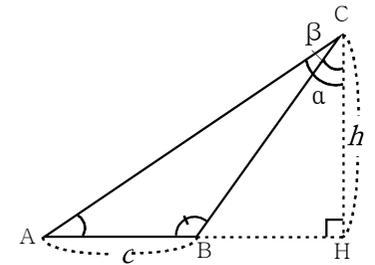
$$h = \frac{c}{\tan(90^\circ - A) + \tan(90^\circ - B)}$$



[4] 둔각삼각형의 높이

둔각삼각형에서 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기를 알 때 삼각비를 이용하여 삼각형의 높이를 구할 수 있다.

: $\triangle ABC$ 에서 높이 $h = \frac{c}{\tan \alpha - \tan \beta}$



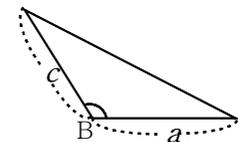
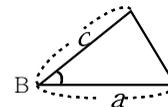
[5] 삼각형의 넓이

$\triangle ABC$ 에서 두 변의 길이 a, c 와 그 끼인각 $\angle B$ 의 크기를 알 때, 이 삼각형의 넓이

S 는 다음과 같다.

(1) $\angle B$ 가 예각일 때, $S = \frac{1}{2} ac \sin B$

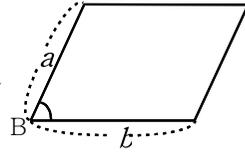
(2) $\angle B$ 가 둔각일 때, $S = \frac{1}{2} ac \sin(180^\circ - B)$



[6] 사각형의 넓이

(1) 평행사변형 $ABCD$ 에서 두 변의 길이 a , b 와 그 끼인 각

$\angle B$ 의 크기를 알 때, 평행사변형의 넓이 S 는
 $S = ab \sin B$



(2) 두 대각선의 길이 a , b 와 그 교각의 크기 x° 를 알 때, 사각형 $ABCD$ 의 넓이 S 는

$$S = \frac{1}{2} ab \sin x^\circ$$

