100년의 난제 푸앵카레 추측은 어떻게 풀렸을까?

p5 : 고대 그리스 프톨레마이오스가 천동설을 주장
p6 : 1904년에 발표된 푸앵카레 추측 “ 어떤 닫힌 3차원 공간에서 모든 폐곡선이 수축되어 한 점이 될 수 있다면 이 공간은 반드시 3차원 구로 변형될 수 있다.”
p7 : 2006년 40세 러시아 수학자 그리고리 페렐만 박사가 난제 푸앵카레의 추측을 증명. 필즈상을 거부하고 은둔생활을 함

1장 페렐만 박사를 찾아서
p26 : 페렐만에게는 수학이 전부입니다. 수학은 그의 인생 자체입니다.
p28 : 필즈상을 거부한 것은 자신이 정한 행동원칙을 철저히 지킨 것 뿐입니다.
p29 : 수학은 엄격한 규율로 이루어진 학문입니다.

2장 푸앵카레 추측의 탄생
p37 : 푸앵카레는 모든 학문을 다룬 최후의 과학자이다.
p42 : 위상기하학은 푸앵카레가 정리한 수학의 한 분야로 지금은 토폴로지(topology)라고 부릅니다.
p43 : 푸랭카레는 “ 단일 연결된 3차원 닫힌 다양체는 3차원 구와 위상 동형이라고 할 수 있을까 ? ”라는 의문에서 시작한다.
p45 : 1519년 포르투갈 탐험가 마젤란은 다섯 척의 배를 이끌고 세계일주 여행에 도전. 여행 도중에 숨을 거두지만 마지막 한척이 무사히 돌아옴. 역사적인 위업을 달성한 승조원은 안토니오 피가페타.
p46 : 우리가 평평하다고 알았던 지구의 모양이 실제로는 둥글다는 것을 처음으로 실증
p46 : 그로부터 400년 후 푸앵카래는 다음과 같이 주장 “ 마젤란의 방법으로는 지구가 둥글다는 것을 증명할 수 없다.” 즉, 같은 장소로 돌아왔다고 해서 이 세계가 동그란 공의 모양이라고 단정할 수는 없다. 남극이나 북극에 구멍이 있을 수도 있으니까 (북극점은 1909년 미국의 피어리가 남극점은 1911년 노르웨이 아문젠이 정복)
p47 : 한 개의 밧줄을 가지고 알아보는 방법이 있다. 먼저 밧줄 한곳을 출발장소에 고정시킨다. 그리고 밧줄을 가지고 지구를 빙빙 돌고 돌아 처음 장소로 돌아온다. 그리고 출발장소에 밧줄을 고정시킨다.
p48 : 시작점과 끝점을 동시에 당겨서 밧줄을 모두 회수 할 수 있다면 지구가 둥글다고 말할 수 있다. 단, 표면에서 밧줄이 떨어져서는 안 된다.
p50 : 만약에 도넛의 형상을 가지는 지구라면 안쪽 구멍을 따라 일주했다면 밧줄이 표면에서 떨어져 회수된다. 구멍을 한 바퀴 회전하여 일주하였다면, 밧줄은 구멍에 걸려 회수되지 않는다.

p53 : 우주 밖으로 나가지 않고도 우주의 모양을 알아볼 방법이 무엇일까? 푸앵카레는 지구의 모양을 알아내는 방법에 만족하지 않고 우주의 모양을 알아내는 방법을 향하고 있었던 것이다. 방법은 동일하다. 로켓에 밧줄을 묶어 우주공간으로 쏘아올린다. 그리고 우주를 한바퀴 돌아 지구로 돌아온다. 그리고 밧줄의 시작점과 끝점을 잡고 회수한다. 모두 회수된다면 우주는 지구와 같이 동그란 구조를 가질 것이며, 회수되지 않는다면 우주에는 구멍이 있는 형상이 된다.

3장 고전수학 VS 토폴로지
p64 : 미분기하학으로는 막연한 우주의 모양을 이해할 수 없다. 완전히 다른 발상이 필요하다. 이렇게 해서 태어난 것이 위상기하학(토폴로지topology)이다. 이는 도형을 파악하는 새로운 방법이다.
p65 : 푸앵카레는 길이와 각도의 미묘한 차이로 “모양이 다르다”고 규정하는 수학은 너무 엄격하고 딱딱하다고 생각했다. 그래서 스스로 자신의 약점을 역이용해서 견고한 고전적 수학과는 다른 세계를 구축하고자 했다.
p67 : 구와 원뿔과 원기둥. 이것들은 각각 ‘다른 도형’으로 정의한다. 같은 원뿔이라도 높이와 반지름이 조금만 다르면 역시 다른 도형으로 취급한다. 미분기하학은 거리와 각도가 다르면 “모양도 다르다”고 생각하는 경직된 수학이다. 하지만 놀랍게도 ‘유연한 수학’ 이라고 부르는 토폴로지의 세계에서는 구와 원뿔과 원기둥은 전부 ‘같은 모양’이 된다.
p68 : 토폴로지에서는 구멍의 개수가 중요합니다.
p70 : 종래의 수학이 단단한 쇠로 되어 있다면 토폴로지는 자유롭게 늘어났다 줄어들었다 하는 고무로 되어 있습니다. 그전까지 물체의 ‘양’을 문제 삼던 기하학이 ‘질’을 묻게 된 것입니다. 그야말로 혁명이다.

4장 1950년대 모비딕에게 잡아먹힌 수학자들
p78 : 그리스 출신의 크리스토스 파파키리아코풀로스(파파라고 부름) 1958년 내전에 있는 그리스를 떠나 미국으로 건너온 후 푸앵카레추측의 증명을 시도
p82 : 독일 출신의 볼프강 하켄박사도 푸앵카레의 추측에 대한 증명을 시도하였지만 실패. 이후 연구 분야를 돌려서 ‘4색 문제’를 해결함.
1852년 프랜시스 구드리 가 제기한 문제로 “ 네 가지 색만 있으면 전 세계의 지도를 칠할 수 있다.”는 명제가 4색 문제이다.
p97 : 존 스털링스박사도 푸앵카레 추측의 증명을 시도

5장 1960년대 클래식을 버려라, 록을 듣자
p106 : 토폴로지는 낡은 수학을 능가하며 시대에 부응하는 최첨단 수학으로 뛰어올랐다.
p107 : “초끈이론”은 “호모토피 대수”라는 토폴로지 개념을 도입하여 비약적으로

발전. 1960년대 획기적으로 푸앵카레추측의 연구를 발전시키고 토폴로지 황금시대의 문을 열었다는 평가를 받는 사람은 스티븐 스메일 박사
p114 : 고차원에서 푸랭카레 추측을 해결하고 낮은 차원으로 내려가서 마지막으로 3차원 우주문제인 푸앵카레추측을 해결하면 된다고 주장

6장 1980년대 천재 서스턴의 빛과 그림자
p135 : 윌리암 서스틴은 쌍곡기하학의 전문가. “쌍곡 기하학”이란 유클리드공간과 같이 ‘똑바른 공간’이 아니라 음의 곡률을 가진 구부러진 공간인 “쌍곡 공간”안에서 정의되는 기하학. 말안장 같은 형태가 전형적인 형상이다. 이와 관련해서 ‘둥근 공간’에서 성립하는 기하학을 “구면기하학”이라고 한다. 푸앵카레 추측에 나오는 ‘둥근 공간’도 이 기하가 성립하는 공간이다.
p140 ; 푸앵카레는 말한 회수할 수 있다면 둥글다 그러나 만약에 회수 할 수 없다면 우주는 어떤 형태인가에 대하여 접근을 시도. 서스틴 박사는 주장한다. 우주가 둥글지 않다면 어떠한 형태가 있을까 ?
p148 : 우주처럼 ‘결코 외부에서 바라볼 수 없는 ’형태는 어떻게 분류해야 하는가 ?
“우주가 어떠한 형태를 띠든 그것은 반드시 최대 여덟 종류의 서로 다른 단편으로 성립된다.” 이것이 기하화 추측이다.
p149 : 하나는 둥근 형태이고, 그 외에는 도넛처럼 ‘둥글지 않은 ’형태이다.

7장 1990년대 해결로 가는 문이 열리다.
p165 : 1992년 그리고리 페렐만박사는 조국 소련이 붕괴하자 미국으로 건너옴. 1992년에만 2100명의 과학자가 소련에서 빠져나감.
p174 : 리치흐름 방정식을 제대로 사용하면 서스틴의 기하화 추측 그리고 푸랭카레 추측을 해결할 수 있다.
p174 : 1995년 3년만에 미국을 떠나 러시아로 돌아감. 이후 스테클로프 수학연구소에서 연구에만 몰두
p177 : 2000년 5월 미국의 클레이 연구소에서 수학에서 풀리지 않는 문제 일곱 가지를 선정해서 ‘밀레니엄 현상문제’를 발표. 이 일곱 가지에 푸앵카레 추측도 포함

① P-NP 문제(P verse NP)
② 호지 추측(The Hodge Conjecture)
③ 푸앵카레 추측(The Poincare Conjecture)
④ 리만 가설(The Riemann Hypothesis)
⑤ 양-밀스 질량 간극 가설(Yang-Mills Existence and Mass Gap)
⑥ 내비어-스톡스 방정식(Navier-Stokes Existence and Smoothness)
⑦ 버츠와 스위너톤-다이어 추측(The Birch and Swinnerton-Dyer Conjecture)

p182 : 수학자가 문제에 도전하는 동기, 그것은 미지의 것을 동경하는 마음입니다.
p189 : 페렐만이 시도한 증명은 얄궂게도 토폴로지가 아닌 미분기하학을 사용했던 것이다.
p194 : 페렐만 박사는 2002년부터 2003년까지 기하화 추측과 푸앵카레 추측에 관한 세 개의 논문을 발표
p201 : "우주가 어떤 형태이든 그것은 여덟 종류의 구조로 이루어진다."는 서스틴의 기하화 추측이 증명되었다. 그것은 동시에 "우주에 두른 밧줄을 모두 회수할 수 있다면 우주는 둥글다고 말할 수 있다는 그 유명한 푸앵카레 추측이 증명된 것이기도 했다.
p217 : 수학의 매력은 수수께끼를 풀 때 느끼는 흥분 그 자체이다.
p223 : 혼마 타츠오 " 페렐만은 분명히 문제를 해결했지만, 토폴로지 방법으로 해결하지 안했기 때문에 아름답다는 생각이 들지 않습니다."
p225 : 수학자는 수학에 인생을 건다. 수학은 모르기 때문에 재미있다.

< 참조 >
2000년 미국의 클레이 수학연구소가 푸앵카레 추측을 비롯한 수학의 7대 미해결 문제 해결에 700만달러 현상금을 걸다
2002년 인터넷에 푸앵카레 추측을 증명한 페렐만의 논문이 개시되다.
2003년 MIT와 프린스턴 대학, 뉴욕대학에서 페렐만의 특별강연이 열리다.
2005년 100년의 난제 푸앵카레 추측이 페렐만에 의해 풀렸음이 선언되다.
2006년 국제 수학연합이 페렐만 박사를 필즈상의 수상자로 발표하지만, 페렐만은 수상을 거부하다.
2009년 페렐만 박사는 고향인 상트페테르부르크에서 운둔하며 현재까지 살고 있다.